|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Министерство науки и высшего образования  Российской Федерации | | |
| Федеральное государственное бюджетное  образовательное учреждение высшего образования | | |
| «Новосибирский государственный технический университет» | | |
| path817.png | | |
| Кафедра теоритической и прикладной информатики | | |
|  | | |
| Практическое задание № 3 | | |
| по дисциплине «Методы оптимизации» | | |
|  | | |
| **Метод штрафных функций** | | |
|  | | |
| эмблема_светлая.png | Факультет: | ПМИ |
| Группа: | ПМИ-62 |
| Бригада: | 4 |
| Студенты: | Блинов Александр, |
|  | Ковалёв Никита |
|  |  |
| Преподаватель: | Постовалов Сергей Николаевич |
|  | | |
| Новосибирск | | |
| 2019 | | |

1. Цель работы

Ознакомиться с методами штрафных функций при решении задач нелинейного программирования. Изучить типы штрафных и барьерных функций, их особенности, способы и области применения, влияние штрафных функций на сходимость алгоритмов, зависимость точности решения задачи нелинейного программирования от величины коэффициента штрафа.

1. Задание

Применяя методы поиска минимума 0-го порядка, реализовать программу для решения задачи нелинейного программирования с использованием метода штрафных функций.

Исследовать сходимость **метода штрафных функций** в зависимости от выбора штрафных функций, начальной величины коэффициента штрафа, стратегии изменения коэффициента штрафа, начальной точки, задаваемой точности . Сформулировать выводы.

Применяя методы поиска минимума 0-го порядка, реализовать программу для решения задачи нелиней­ного программирования с ограничением типа неравенства (**только пункт а**) с использованием **метода барьерных функций**.

Исследовать сходимость **метода барьерных функций** (**только пункт а**) в зависимости от выбора барьерных функций, начальной величины коэффициента штрафа, стратегии изменения коэффициента штрафа, начального приближения, задаваемой точности . Сформулировать выводы.

|  |  |
| --- | --- |
| при ограничении: а) ; б) | |
| https://www4f.wolframalpha.com/Calculate/MSP/MSP16131e95ab9id2a833ad0000510c021h1a543b4i?MSPStoreType=image/gif&s=9 |  |

1. Исследования

Результат решения безусловной задачи для заданной функции:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Ответ** | **Вычислений** | **Начальное приближение** |  |
| [2.99999998, 2.99999997] | 8204 | [0,1] | 1E-7 |

**Метод штрафных функции**

Функция штрафа для ограничения вида имеет вид:

*Изменение результата в зависимости от задаваемой точности (начальная величина коэффициента штрафа – 10, коэффициент изменения штрафа – 10)****:***

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ответ | Итераций | Вычислений | Начальное приближение |  |
| [2.9999, 3.0000] | 1 | 4006 | [0,1] | 1E-3 |
| [2.99999, 3.00000] | 1 | 4681 | [0,1] | 1E-4 |
| [2.999991, 2.999999] | 1 | 5314 | [0,1] | 1E-5 |
| [3.0000000, 2.9999997] | 1 | 7421 | [0,1] | 1E-6 |
| [2.99999998, 2.99999997] | 1 | 8204 | [0,1] | 1E-7 |

*Изменение результата в зависимости от начальной точки (начальная величина коэффициента штрафа – 10, коэффициент изменения штрафа – 10):*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ответ | Итераций | Вычислений | Начальное приближение |  |
| [2.99999998, 2.99999997] | 1 | 8204 | [0,1] | 1E-7 |
| [2.99999997, 2.99999998] | 1 | 2591 | [0,2] | 1E-7 |
| [3.00000001, 3.00000000] | 1 | 416 | [0,3] | 1E-7 |
| [2.99993895, 2.99999235] | 1 | 11816 | [1,1] | 1E-7 |
| [2.99999997, 2.99999997] | 1 | 4892 | [1,2] | 1E-7 |
| [2.99999999, 3.00000000] | 1 | 408 | [1,3] | 1E-7 |
| [2.99999997, 3.00000000] | 1 | 408 | [2,3] | 1E-7 |
| [2.99999998, 3.00000000] | 1 | 124 | [3,3] | 1E-7 |

Изменения результата в зависимости от стратегии изменения коэффициента штрафа (*начальная величина коэффициента штрафа – 1):*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ответ | Итераций | Вычислений | Начальное приближение |  |  |
| [2.99999998, 2.99999997] | 1 | 8204 | [1,-3] | 2 | 1E-7 |
| [2.99999998, 2.99999997] | 1 | 8204 | [1,-3] | 3 | 1E-7 |
| [2.99999998, 2.99999997] | 1 | 8204 | [1,-3] | 4 | 1E-7 |
| [2.99999998, 2.99999997] | 1 | 8204 | [1,-3] | 5 | 1E-7 |
| [2.99999998, 2.99999997] | 1 | 8204 | [1,-3] | 6 | 1E-7 |
| [2.99999998, 2.99999997] | 1 | 8204 | [1,-3] | 7 | 1E-7 |
| [2.99999998, 2.99999997] | 1 | 8204 | [1,-3] | 8 | 1E-7 |
| [2.99999998, 2.99999997] | 1 | 8204 | [1,-3] | 9 | 1E-7 |
| [2.99999998, 2.99999997] | 1 | 8204 | [1,-3] | 10 | 1E-7 |

Изменения результата в зависимости от начальной величины коэффициента штрафа (коэффициент изменения штрафа *– 1):*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ответ | Итераций | Вычислений | Начальное приближение |  |  |
| [2.99999998, 2.99999997] | 1 | 8204 | [1,-3] | 1 | 1E-7 |
| [2.99999998, 2.99999997] | 1 | 8204 | [1,-3] | 2 | 1E-7 |
| [2.99999998, 2.99999997] | 1 | 8204 | [1,-3] | 3 | 1E-7 |
| [2.99999998, 2.99999997] | 1 | 8204 | [1,-3] | 4 | 1E-7 |
| [2.99999998, 2.99999997] | 1 | 8204 | [1,-3] | 5 | 1E-7 |
| [2.99999998, 2.99999997] | 1 | 8204 | [1,-3] | 6 | 1E-7 |
| [2.99999998, 2.99999997] | 1 | 8204 | [1,-3] | 7 | 1E-7 |
| [2.99999998, 2.99999997] | 1 | 8204 | [1,-3] | 8 | 1E-7 |
| [2.99999998, 2.99999997] | 1 | 8204 | [1,-3] | 9 | 1E-7 |
| [2.99999998, 2.99999997] | 1 | 8204 | [1,-3] | 10 | 1E-7 |

Исследование стратегии изменения функции штрафа

Для изменения функции штрафа была выбрана функция:

*Изменения результата в зависимости от выбора штрафных функций (начальная величина коэффициента штрафа – 10, коэффициент изменения штрафа – 10):*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ответ | Итераций | Вычислений | Начальное приближение | n |  |
| [2.99999998, 2.99999997] | 1 | 8204 | [0,1] | 1 | 1E-7 |
| [2.99999997, 2.99999997] | 1 | 1742 | [0,1] | 2 | 1E-7 |
| [2.99999996, 2.99999997] | 1 | 1890 | [0,1] | 3 | 1E-7 |
| [2.99999995, 2.99999997] | 1 | 2038 | [0,1] | 4 | 1E-7 |
| [3.00000000, 2.99999997] | 1 | 2186 | [0,1] | 5 | 1E-7 |
| [2.99999999, 2.99999997] | 1 | 2334 | [0,1] | 6 | 1E-7 |
| [2.99999998, 2.99999997] | 1 | 2482 | [0,1] | 7 | 1E-7 |

Функция штрафа для ограничения вида имеет вид:

*Изменение результата в зависимости от задаваемой точности (начальная величина коэффициента штрафа – 10, коэффициент изменения штрафа – 10)****:***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ответ | Последнее вычисленное значение | Итераций | Вычислений | Начальное приближение |  |
| [-2.28421756, 2.28427219] | 5.463121e-05 | 100 | 7859 | [0,1] | 1E-3 |
| [-2.28598598, 2.28596869] | 1.728103e-05 | 100 | 9992 | [0,1] | 1E-4 |
| [-2.28570857, 2.28570882] | 2.51011048e-07 | 100 | 12239 | [0,1] | 1E-5 |
| [-2.28570499, 2.28570475] | 2.48234803e-07 | 100 | 14185 | [0,1] | 1E-6 |
| [-2.28571108, 2.28571106] | 2.197705351e-08 | 100 | 16122 | [0,1] | 1E-7 |

*Изменение результата в зависимости от начальной точки (начальная величина коэффициента штрафа – 10, коэффициент изменения штрафа – 10):*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ответ | Последнее вычисленное значение | Итераций | Вычислений | Начальное приближение |  |
| [-2.28571108, 2.28571106] | 2.197705351e-08 | 100 | 16122 | [0,1] | 1E-7 |
| [-2.28571102, 2.28571100] | 2.15510627e-08 | 100 | 15780 | [0,2] | 1E-7 |
| [-2.28571098, 2.28571096] | 2.10968646e-08 | 100 | 16170 | [0,3] | 1E-7 |
| [-2.28571107, 2.28571104] | 2.274998411e-08 | 100 | 15826 | [1,1] | 1E-7 |
| [-2.28571115, 2.28571113] | 2.281753985e-08 | 100 | 15456 | [1,2] | 1E-7 |
| [-2.28571114, 2.28571115] | 9.2818610575e-09 | 100 | 16000 | [1,3] | 1E-7 |
| [-2.28571077, 2.28571075] | 2.174469626e-08 | 100 | 15622 | [2,3] | 1E-7 |
| [-2.28571094, 2.28571092] | 2.005990751e-08 | 100 | 15618 | [3,3] | 1E-7 |

Изменения результата в зависимости от стратегии изменения коэффициента штрафа (*начальная величина коэффициента штрафа – 1):*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ответ | Последнее вычисленное значение | Итераций | Вычислений | Начальное приближение |  |  |
| ([-1.89599997, 1.89599997] | 4.81295669985e-10 | 8 | 4808 | [0,1] | 2 | 1E-7 |
| [-2.35713975, 2.35713973] | 2.060205162e-08 | 100 | 17614 | [0,1] | 3 | 1E-7 |
| [-1.89647610, 1.89647608] | 2.172803514e-08 | 100 | 17480 | [0,1] | 4 | 1E-7 |
| [-2.64285427, 2.64285425] | 2.007805965e-08 | 100 | 17064 | [0,1] | 5 | 1E-7 |
| [-2.57142517, 2.57142515] | 2.153328404e-08 | 100 | 17108 | [0,1] | 6 | 1E-7 |
| [-2.49999655, 2.49999653] | 2.052630245e-08 | 100 | 17118 | [0,1] | 7 | 1E-7 |
| [-2.42856806, 2.428568044] | 2.143875388e-08 | 100 | 17122 | [0,1] | 8 | 1E-7 |
| [-2.35713969, 2.357139674] | 2.004257604e-08 | 100 | 17268 | [0,1] | 9 | 1E-7 |
| [-2.285710899, 2.2857108877] | 1.199440102e-08 | 100 | 17274 | [0,1] | 10 | 1E-7 |

Изменения результата в зависимости от начальной величины коэффициента штрафа (коэффициент изменения штрафа *– 1):*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ответ | Последнее вычисленное значение | Итераций | Вычислений | Начальное приближение |  |  |
| [2.67857143, 2.92857142] | 5.6071428624 | 100 | 16436 | [0,1] | 1 | 1E-7 |
| [2.35714281, 2.85714284] | 5.2142856637 | 100 | 16960 | [0,1] | 2 | 1E-7 |
| [2.03571428, 2.78571430] | 4.8214285889 | 100 | 18136 | [0,1] | 3 | 1E-7 |
| [1.71428570, 2.71428571] | 4.4285714169 | 100 | 16520 | [0,1] | 4 | 1E-7 |
| [1.39285707, 2.642857112] | 4.0357141925 | 100 | 16134 | [0,1] | 5 | 1E-7 |
| [1.07142854, 2.571428560] | 3.6428571008 | 100 | 16900 | [0,1] | 6 | 1E-7 |
| [0.74999999, 2.500000000] | 3.2499999921 | 100 | 16396 | [0,1] | 7 | 1E-7 |
| [0.42857137, 2.428571406] | 2.8571427804 | 100 | 16010 | [0,1] | 8 | 1E-7 |
| [0.10714276, 2.357142820] | 2.4642855830 | 100 | 15996 | [0,1] | 9 | 1E-7 |
| [-0.21428577, 2.28571429] | 2.0714285211 | 100 | 15974 | [0,1] | 10 | 1E-7 |

**Метод барьерных функций**

Одна из возможных функций штрафа для ограничения вида имеет вид:

*Изменение результата в зависимости от задаваемой точности (начальная величина коэффициента штрафа – 0.1, коэффициент изменения штрафа – 0.1)****:***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ответ | Последнее вычисленное значение | Итераций | Вычислений | Начальное приближение |  |
| [2.9759, 3.0000] | -0.0238721339 | 1 | 4045 | [0,1] | 1E-3 |
| [2.97557, 2.99999] | -0.0241257046 | 1 | 4720 | [0,1] | 1E-4 |
| [2.975594, 2.999998] | -0.0241117166 | 1 | 6620 | [0,1] | 1E-5 |
| [2.9755956, 2.9999997] | -0.0241110888 | 1 | 7462 | [0,1] | 1E-6 |
| [2.97559558, 2.99999997] | -0.0241113596 | 1 | 8240 | [0,1] | 1E-7 |

*Изменение результата в зависимости от начальной точки (начальная величина коэффициента штрафа – 0.1, коэффициент изменения штрафа – 0.1):*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ответ | Последнее вычисленное значение | Итераций | Вычислений | Начальное приближение |  |
| [2.97559558, 2.99999997] | -0.0241113596 | 1 | 8240 | [0,1] | 1E-7 |
| [2.97559550, 2.99999999] | -0.0241114542 | 1 | 2612 | [0,2] | 1E-7 |
| [2.97559555, 3.00000000] | -0.0241114203 | 1 | 416 | [0,3] | 1E-7 |
| [2.97559554, 2.99999998] | -0.0241114095 | 1 | 19046342 | [1,1] | 1E-7 |
| [2.97559556, 3.00000001] | -0.0241114184 | 1 | 4892 | [1,2] | 1E-7 |
| [2.97559554, 3.00000000] | -0.0241114210 | 1 | 408 | [1,3] | 1E-7 |
| [2.97559557, 3.00000000] | -0.0241113955 | 1 | 408 | [2,3] | 1E-7 |
| [2.97559555, 3.00000000] | -0.0241114206 | 1 | 396 | [3,3] | 1E-7 |

Изменения результата в зависимости от стратегии изменения коэффициента штрафа (*начальная величина коэффициента штрафа – 0.1):*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ответ | Последнее вычисленное значение | Итераций | Вычислений | Начальное приближение |  |  |
| [2.97559558, 2.99999997] | -0.02411135964 | 1 | 8240 | [0,1] | 1E-1 | 1E-7 |
| [2.97559558, 2.99999997] | -0.02411135964 | 1 | 8240 | [0,1] | 1E-2 | 1E-7 |
| [2.97559558, 2.99999997] | -0.02411135964 | 1 | 8240 | [0,1] | 1E-3 | 1E-7 |
| [2.97559558, 2.99999997] | -0.02411135964 | 1 | 8240 | [0,1] | 1E-4 | 1E-7 |
| [2.97559558, 2.99999997] | -0.02411135964 | 1 | 8240 | [0,1] | 1E-5 | 1E-7 |
| [2.97559558, 2.99999997] | -0.02411135964 | 1 | 8240 | [0,1] | 1E-6 | 1E-7 |
| [2.97559558, 2.99999997] | -0.02411135964 | 1 | 8240 | [0,1] | 1E-7 | 1E-7 |
| [2.97559558, 2.99999997] | -0.02411135964 | 1 | 8240 | [0,1] | 1E-8 | 1E-7 |
| [2.97559558, 2.99999997] | -0.02411135964 | 1 | 8240 | [0,1] | 1E-9 | 1E-7 |
| [2.97559558, 2.99999997] | -0.02411135964 | 1 | 8240 | [0,1] | 1E-10 | 1E-7 |

Изменения результата в зависимости от начальной величины коэффициента штрафа (коэффициент изменения штрафа *– 0.1):*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ответ | Последнее вычисленное значение | Итераций | Вычислений | Начальное приближение |  |  |
| [2.97559558, 2.99999998] | -0.024111359 | 1 | 8240 | [0,1] | 1E-1 | 1E-7 |
| [2.99750623, 3.00000002] | -0.002490689 | 1 | 8214 | [0,1] | 1E-2 | 1E-7 |
| [2.99975005, 2.99999999] | -0.000249903 | 1 | 8204 | [0,1] | 1E-3 | 1E-7 |
| [2.99997500, 2.99999999] | -2.499014949 e-05 | 1 | 8204 | [0,1] | 1E-4 | 1E-7 |
| [2.99999748, 2.99999999] | -2.514888587 e-06 | 1 | 8204 | [0,1] | 1E-5 | 1E-7 |
| [2.99999972, 3.00000001] | -2.827817255 e-07 | 1 | 8204 | [0,1] | 1E-6 | 1E-7 |
| [2.99999996, 3.00000001] | -4.903098429 e-08 | 1 | 8204 | [0,1] | 1E-7 | 1E-7 |
| [2.99999998, 2.99999998] | 7.033122997 e-09 | 1 | 8204 | [0,1] | 1E-8 | 1E-7 |
| [2.99999998, 2.99999998] | 7.033122997 e-09 | 1 | 8204 | [0,1] | 1E-9 | 1E-7 |
| [2.99999998, 2.99999998] | 7.033122997 e-09 | 1 | 8204 | [0,1] | 1E-10 | 1E-7 |

Одна из возможных функций штрафа для ограничения вида имеет вид:

*Изменение результата в зависимости от задаваемой точности (начальная величина коэффициента штрафа – 0.1, коэффициент изменения штрафа – 0.1)****:***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ответ | Последнее вычисленное значение | Итераций | Вычислений | Начальное приближение |  |
| [3.0000, 3.0001] | 0.9998858377 | 3 | 1079 | [0,1] | 1E-3 |
| [2.99998, 3.00001] | 0.9999620734 | 4 | 1476 | [0,1] | 1E-4 |
| [2.999995, 2.999998] | 0.9999970703 | 5 | 2059 | [0,1] | 1E-5 |
| [2.9999999, 3.0000002] | 0.9999996655 | 6 | 2485 | [0,1] | 1E-6 |
| [2.999999955, 2.999999978] | 0.9999999776 | 7 | 3230 | [0,1] | 1E-7 |

*Изменение результата в зависимости от начальной точки (начальная величина коэффициента штрафа – 0.1, коэффициент изменения штрафа – 0.1):*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ответ | Последнее вычисленное значение | Итераций | Вычислений | Начальное приближение |  |
| [2.999999955, 2.999999978] | 0.9999999776 | 7 | 3230 | [0,1] | 1E-7 |
| [2.99999997, 2.99999999] | 0.9999999798 | 7 | 2480 | [0,2] | 1E-7 |
| [2.99999997, 3.00000000] | 0.9999999767 | 7 | 1910 | [0,3] | 1E-7 |
| [2.99999996, 2.99999999] | 0.9999999643 | 7 | 63660 | [1,1] | 1E-7 |
| [2.99999999, 3.00000001] | 0.9999999786 | 7 | 2818 | [1,2] | 1E-7 |
| [2.99999997, 3.00000000] | 0.9999999759 | 7 | 1906 | [1,3] | 1E-7 |
| [2.99999998, 3.00000000] | 0.9999999786 | 7 | 1906 | [2,3] | 1E-7 |
| [2.99999998, 3.00000000] | 0.9999999764 | 7 | 1900 | [3,3] | 1E-7 |

Изменения результата в зависимости от стратегии изменения коэффициента штрафа (*начальная величина коэффициента штрафа – 0.1):*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ответ | Последнее вычисленное значение | Итераций | Вычислений | Начальное приближение |  |  |
| [2.99999995, 2.99999997] | 0.9999999776 | 7 | 3230 | [0,1] | 1E-1 | 1E-7 |
| [2.99999995, 2.99999997] | 0.9999999733 | 4 | 2638 | [0,1] | 1E-2 | 1E-7 |
| [2.99999994, 2.99999998] | 0.9999999568 | 3 | 2342 | [0,1] | 1E-3 | 1E-7 |
| [3.00000002, 2.99999999] | 1.0000000295 | 3 | 2046 | [0,1] | 1E-4 | 1E-7 |
| [2.99999998, 2.99999999] | 0.9999999915 | 3 | 2046 | [0,1] | 1E-5 | 1E-7 |
| [2.99999997, 2.99999999] | 0.9999999788 | 2 | 3648 | [0,1] | 1E-6 | 1E-7 |
| [2.99999997, 2.99999999] | 0.9999999788 | 2 | 3648 | [0,1] | 1E-7 | 1E-7 |
| [2.99999997, 2.99999999] | 0.9999999788 | 2 | 3648 | [0,1] | 1E-8 | 1E-7 |
| [2.99999997, 2.99999999] | 0.9999999788 | 2 | 3648 | [0,1] | 1E-9 | 1E-7 |
| [2.99999997, 2.99999999] | 0.9999999788 | 2 | 3648 | [0,1] | 1E-10 | 1E-7 |

Изменения результата в зависимости от начальной величины коэффициента штрафа (коэффициент изменения штрафа *– 0.1):*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ответ | Последнее вычисленное значение | Итераций | Вычислений | Начальное приближение |  |  |
| [2.99999996, 2.99999998] | 0.9999999776 | 7 | 3230 | [0,1] | 1E-1 | 1E-7 |
| [3.00000002, 3.00000002] | 0.9999999930 | 6 | 2782 | [0,1] | 1E-2 | 1E-7 |
| [2.99999995, 2.99999999] | 0.9999999689 | 5 | 2482 | [0,1] | 1E-3 | 1E-7 |
| [2.99999998, 2.99999999] | 0.9999999870 | 4 | 2186 | [0,1] | 1E-4 | 1E-7 |
| [2.99999997, 2.99999999] | 0.9999999758 | 3 | 2038 | [0,1] | 1E-5 | 1E-7 |
| [2.99999998, 3.00000001] | 0.9999999791 | 2 | 1890 | [0,1] | 1E-6 | 1E-7 |
| [3.00000000, 3.00000001] | 0.9999999910 | 2 | 1890 | [0,1] | 1E-7 | 1E-7 |
| [2.99999997, 2.99999997] | 0.9999999963 | 1 | 1742 | [0,1] | 1E-8 | 1E-7 |
| [2.99999997, 2.99999997] | 0.9999999963 | 1 | 1742 | [0,1] | 1E-9 | 1E-7 |
| [2.99999997, 2.99999997] | 0.9999999963 | 1 | 1742 | [0,1] | 1E-10 | 1E-7 |

1. Выводы

* При увеличении задаваемой точности количество вычислений целевой функции возрастает вне зависимости от метода.
* Сходимость и количество вычислений целевой функции практически не зависит от начального приближения.
* Начальная величина коэффициента штрафа и стратегия изменения коэффициента штрафа практические не влияют на сходимость в целом, но значительно могут сократить или увеличить количество вычислений целевой функции.
* Выбор функции штрафа практически не влияет на сходимость, но на практике выбор удачной функции штрафа может значительно сократить количество вычислений целевой функции.

1. Листинг разработанной программы

**Метод золотого сечения**

|  |
| --- |
| import math  FUNC\_CALC = 0  # Метод золотого сечения для одномерного поиска  def goldenSection(function, l0, X, S, EPS):  global FUNC\_CALC  interval = searchSection(function, l0, X, S)  if interval[1] >= interval[0]:  b = interval[1]  a = interval[0]  else:  a = interval[1]  b = interval[0]  lenOfSection = b - a  l1 = a + (3 - math.sqrt(5)) / 2 \* (b - a)  l2 = a + (math.sqrt(5) - 1) / 2 \* (b - a)  f1 = function(X[0] + l1 \* S[0], X[1] + l1 \* S[1])  FUNC\_CALC += 1  f2 = function(X[0] + l2 \* S[0], X[1] + l2 \* S[1])  FUNC\_CALC += 1  while lenOfSection > EPS:  if f1 > f2:  a = l1  l1 = l2  l2 = a + (math.sqrt(5) - 1) / 2 \* (b - a)  f1 = f2  f2 = function(X[0] + l2 \* S[0], X[1] + l2 \* S[1])  FUNC\_CALC += 1  else:  b = l2  l2 = l1  l1 = a + (3 - math.sqrt(5)) / 2 \* (b - a)  f2 = f1  f1 = function(X[0] + l1 \* S[0], X[1] + l1 \* S[1])  FUNC\_CALC += 1  lenOfSection = b - a  return (b + a) / 2, FUNC\_CALC  # Поиск отрезка, содержащий минимум  def searchSection(function, l0, X, S):  global FUNC\_CALC  delta = 0.001  l1 = 0  h = 0  f0 = function(X[0] + l0 \* S[0], X[1] + l0 \* S[1])  FUNC\_CALC += 1  if f0 > function(X[0] + (l0 + delta) \* S[0], X[1] + (l0 + delta) \* S[1]):  FUNC\_CALC += 1  l1 = l0 + delta  h = delta  elif f0 > function(X[0] + (l0 - delta) \* S[0], X[1] + (l0 - delta) \* S[1]):  FUNC\_CALC += 1  l1 = l0 - delta  h = - delta  else:  return l0 - delta, l0 + delta  h = 2 \* h  f1 = function(X[0] + l1 \* S[0], X[1] + l1 \* S[1])  FUNC\_CALC += 1  l2 = l1 + h  f2 = function(X[0] + l2 \* S[0], X[1] + l2 \* S[1])  FUNC\_CALC += 1  while f1 > f2:  l0 = l1  f0 = f1  l1 = l2  f1 = f2  h = 2 \* h  l2 = l1 + h  f2 = function(X[0] + l2 \* S[0], X[1] + l2 \* S[1])  FUNC\_CALC += 1  return l0 - h / 2, l2 |

**Метод Розенброка**

|  |
| --- |
| import copy  import math  import golden\_section\_method  # Вычисление нормы  def findNorm(V):  return math.sqrt(V[0] \*\* 2 + V[1] \*\* 2)  # Условие выхода  def exitCondition(function, X1, X0, EPS):  if math.fabs(function(X1[0], X1[1]) - function(X0[0], X0[1])) < EPS:  return True  elif math.fabs(X1[0] - X0[0]) < EPS and math.fabs(X1[1] - X0[1]) < EPS:  return True  return False  # Метод Розенброка  def RosenbrockMethod(function, X, S1, S2, EPS):  FUNC\_CALC = 0  A = [[0, 0], [0, 0]]  B = [0, 0]  while True:  X0 = copy.copy(X)  L1, func\_calc\_L1 = golden\_section\_method.goldenSection(function, -1, X, S1, EPS)  FUNC\_CALC += func\_calc\_L1  X[0] = X0[0] + L1 \* S1[0]  X[1] = X0[1] + L1 \* S1[1]  L2, func\_calc\_L2 = golden\_section\_method.goldenSection(function, 0, X, S2, EPS)  FUNC\_CALC += func\_calc\_L2  X[0] = X[0] + L2 \* S2[0]  X[1] = X[1] + L2 \* S2[1]  A[0][0] = L1 \* S1[0] + L2 \* S2[0]  A[0][1] = L1 \* S1[1] + L2 \* S2[1]  if math.fabs(L1) >= math.fabs(L2):  A[1][0] = L2 \* S2[0]  A[1][1] = L2 \* S2[1]  else:  A[1][0] = L1 \* S2[0]  A[1][1] = L1 \* S2[1]  S1[0] = A[0][0] / findNorm(A[0])  S1[1] = A[0][1] / findNorm(A[0])  K = A[1][0] \* S1[0] + A[1][1] \* S1[1]  B[0] = A[1][0] - K \* S1[0]  B[1] = A[1][1] - K \* S1[1]  S2[0] = B[0] / findNorm(B)  S2[1] = B[1] / findNorm(B)  if exitCondition(function, X, X0, EPS):  break  return X, FUNC\_CALC |

**Метод штрафных/барьерных функций**

|  |
| --- |
| import math  import rosenbrock\_method  # поиск минимума с ограничением  def findMinWithRestriction(f, restriction, x\_0, r\_0, C\_0, eps):  for i in range(100):  res, FUNC\_CALC = rosenbrock\_method.RosenbrockMethod(lambda x, y: f(x, y) + r\_0 \* restriction(x, y), x\_0, [1, 0], [0, 1], eps)  if r\_0 \* restriction(res[0], res[1]) < eps:  return res, restriction(res[0], res[1]), FUNC\_CALC, i + 1  r\_0 \*= C\_0  return res, restriction(res[0], res[1]), FUNC\_CALC, 100 |